VIYET TEOREMASI TARIXI VA UNING TADBIQLARI.

Yodgorova Shahzoda Asad qizi

Toshboyeva Sitora Shohmardon qizi

JDPU, Matematika va informatika fakulteti, 3-bosqich talabalari

Annotatsiya: Ushbu maqolada Viyet teoremasining kelib chiqish tarixi, isbotlari va uning qo’llanish usullari haqida bazi bir malumotlar keltirib o’tilgan.

Kalit so’zlar: Viyet teoremasi , algebra , geometriya, teorema , kvadrat tenglama,ildiz.

Viyet teoremasi algebra va geometriya sohasida ishlatiladigan teorema bo‘lib, kvadrat tenglama ildizlari bilan ularning koeffitsientlari orasidagi bog‘lanishlarni aniqlaydi. Bu teorema kvadrat tenglamalarni yechishda va ularning ildizlarini osonroq topishda qo‘llaniladi.

Viyet formulalari 16-asrda yashagan farang matematigi François Viyet (talaffuzi: Fransua Viyet) (fransuzcha: François Viète, lotincha: Franciscus Viyet) nomi bilan ataldi. Viyet bu formulalarni musbat ildizlarni topish hollari uchungina aniqlagan. Viyet tenglamaning musbat ildizlari va noma’lum qiymatning turli darajalardagi koeffitsiyentlari orasidagi bog‘lanishni aniqlagan. Viyet yashagan davrda tenglamalarda faqat musbat ildizlar mavjud xolos deb ishonilgan. U ham manfiy ildizlar mavjud emas deb hisoblagan va tenglama ildizlari va uning koeffitsiyentlari orasidagi munosabatlarni qisman tushungan xolos.

1629-yilda boshqa farang matematigi Albert Girard Viyet formulalarini faqatgina musbat haqiqiy ildizlarga cheklanmagan umumiy holini topgan.

Viyet formulalarini aslida Albert Girard Viyetdan avval topgan degan fikrlar ham mavjud. Masalan, 18-asrda yashagan britan matematigi Charles Huttonga ko‘ra, Viyet formulalarining umumiy holi haqida Albert Girard Viyetdan avvalroq o‘z asarlarida yozgan.

Viyet tenglama ildizlari va uning koeffitsiyentlari orasida munosabatlarni qisman anglagan bo‘lsa ham, u birinchilarda bo‘lib shu bog‘lanishni aniqlagan.

Ko‘pchilik Viyetning bu formulalarning rivojlanishida qo‘shgan hissasi katta deb hisoblaydi. Shu sabab bu formulalarni uning nomi bilan atash xato emas.

Viyet formulalari farang matematigi Franchois Viyet (1540-1603) nomi bilan ataladi.

Viyet teoremasining ta’rifi beradigan bo’lsak: Kvadrat tenglama quyidagi ko‘rinishga ega bo‘lsin:

$ax^2+bx+c=0$ bu yerda a, b va c - haqiqiy sonlar va . $a \neq 0$

Viyet teoremasiga ko‘ra, ushbu tenglamaning ildizlari x_1 va x_2 bo‘lsa, u holda quyidagi tengliklar o‘rinli bo‘ladi:

1. Ildizlar yig‘indisi: $x_1+x_2 = -b/a$

2. Ildizlar ko‘paytmasi: $x_1*x_2 = c/a$

Bu tengliklar Viyet formulasining asosiy qoidalari hisoblanadi. Bu teorema orqali tenglama koeffitsientlariga asoslangan holda ildizlar orasidagi bog‘lanishni o‘rganish va ularni tez hisoblash mumkin.

Viete formulalarini quyidagi tenglikdan foydalanib isbotlash mumkin:

$$a_n*x^n+a_{n-1}*x^{n-1}+\ldots+a_1*x+a_0=a_n(x-x_1)(x-x_2)\ldots(x-x_n)$$

Bu ifoda to‘g‘ri, chunki $x_1,x_2,\ldots,x_n$ bu ko‘phadning barcha ildizlaridir. Isbotlash uchun ko‘phadni yoyish kerak. Keyin o‘ng tomondagi faktorlarni ko‘paytirish kerak. So‘ngra x ning har bir darajasi koeffitsiyentlarini aniqlash kerak.

$(x-x_1)(x-x_2)\ldots(x-x_n)$, ifodasini yoysak, hadlar $(-1)^{n-k}*x_1^{b1}...x_n^{bn}x^k$ bo’ladi. Bu yerda x_i ko’paytmaga kiritilgan –kiritilmaganiga qarab b_i yoki 0, yoki 1 bo’ladi . k bo’lsa kiritilmagan x_i larning sonidir. Shundan kelib chiqib, ko‘paytmadagi faktorlarning umumiy soni n dir. Bu yerda n ta binar tanlov bo‘lgani uchun (x_i ni yoki x ni kiritish) 2^n ta had bor. Geometrik jihatdan bu hadlarni giperkub uchlari deb tushunish mumkin. Bu hadlarni daraja bo‘ylab guruhlash xi dagi sodda simmetrik ko‘phadlarini chiqaradi. Ya’ni, xi ning k-karra bir-biridan farqli ko‘paytmalarini beradi.

Misol: $x^2 - 5x + 6 = 0$ Kvadrat tenglama berilgan bo‘lsin. Bu tenglamada ikki ildiz, ya’ni x1 va x2 mavjud deb qaralsin. Viete formulalariga ko‘ra, quyidagi munosabat to‘g‘ri bo‘lishi kerak:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 * x_2 = 6 \end{cases}$$

Bu yerda ildizlarning ko‘paytmasi musbat son bo‘lgani uchun ildizlar ham musbat sonlar ekanligini bilib olish mumkin. Ildizlar musbat butun sonlar deb tasavvur qilsak, faqat ikki holdagina ko‘paytma 6 ga teng bo‘ladi, ya’ni $1*6=6$ va $2*3=6$ hollarida. Viete teoremasining ikkinchi sharti bo‘yicha bu yerda ildizlar yig‘indisi 5 0ga teng bo‘lishi lozim. 1 bilan 6 ning yig‘indisi bu shartni qanoatlantirmaydi. Ammo 2 va 3 sonlarining yig‘indisi berilgan shartni qanoatlantiradi: 2+3=5. Demak, tenglamaning ildizlari 2 va 3 ga teng.

Yana boshqa munosabatlar: Keltirilgan kvadrat tenglama

$x^2+px+q=0$ ildizlari va koeffitsiyentlari o‘rtasidagi yana ayrim munosabatlarni keltirib chiqaramiz. Ildizlar kvadratlarining yig‘indisini topamiz:

$x_1^2+x_2^2=(x_1^2+2x_1x_2+x_2^2)-2x_1x_2=(x_1+x_2) (x_1+x_2)^2-2x_1x_2$

Endi (1) dan foydalanib quyidagicha yozamiz:

$x_1^2+x_2^2=p^2-2q$. (2)

Ildizlar kublarining yig’indisini topamiz:

$x_1^3+x_2^3=(x_1+x_2) (x_1^2-x_1x_2+x_2^2)= (x_1+x_2)((x_1+x_2)^2-3x_1x_2)$

(1) va(2) formulalardan foydalanib , quyidagicha yozamiz

$x_1^3+x_2^3=p^3-3pq$. (3)

Misol:

$x^2-7x+12=0 \quad \begin{cases} x_1 + x_2 = 7 \\ x_1 * x_2 = 12 \end{cases}$

$x_1=3 \quad x_2=4$

$3^2+4^2 =7^2-2*12$ (2)

25=25

$3^3+4^3 = 7^3-3*7*12$ (3)

91=91

Teskari teorema

Viete teoremasiga teskari teorema o‘rinlidir.

Teorema: Agar x_1 va x_2 sonlar shunday bo‘lsaki, $x_1+x_2=-p$ $x_1x_2=q$ bo‘lsa, u holda x_1 va x_2 lar kvadrat tenglamaning ildizlaridan iborat bo‘ladi.

Bu teorema bir qator hollarda kvadrat tenglama ildizlarini ildizlar formulasidan foydalanmasdan topishga imkon beradi.

Uchinchi darajali tenglama: Agar x_1 ,x_2,x_3 $p(x)=ax^3+bx^2+cx+d=0$ uchinchi darajali tenglama ildizlari bo’lsa, unda

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = \mathrm{b/a} \\ \left(\frac{x_1}{x_2} - \frac{x_1}{x_3} - \frac{x_2}{x_3}\right) = c/a \\ \frac{\frac{x_1}{x_2}}{x_3} = \frac{d}{a} \end{cases}$$

Shuni xulosa qilish mumkinki viyet teoremasi algebraik tenglamalar bilan ishlashda qulay va oson usulni taqdim etadi. U koeffitsiyentlar va ildizlar o‘rtasidagi munosabatlarni ochib berish orqali matematik hisob-kitoblarni yengillashtiradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR.

1. Ayupov Sh.A., Omirov B.A.,Xudoyberdiyev A.X.,Haydarov F.H. Algeba va sonlar nazariyasi, Toshkent, Tafakkur gulshani, 2019 y.

2. Narmanov A.Ya. Analitik geometriya. T. 0‘zbekiston Respublikasi faylasuflar milliy jamiyati nashriyoti, 2008 y.

3. Usarov, S. (2020). Maktabda matematika fani darslarini loyihalashtirish. Журнал математики и информатики, 1(1).

4. Usarov S. “Masalani yechishga o‘rgatish orqali matematikanio‘qitish texnologiyasining asosiy xususiyatlari”. Educational Research in Universal Sciences ISSN: 2181-3515 VOLUME 2 | SPECIAL ISSUE 18 | 2023.

5. Usarov S. “Masalani yechishga o‘rgatish orqali matematikani o‘qitish texnologiyasining asosiy xususiyatlari”. Образование наука и инновационные идеи в мире. Выпуск журнала No – 14 Часть–1 Февраль–2023.