

## CHIZIQSIZ TENGLAMALARNI TAQRIBIY YECHISH

*Nuraliyev T.A.*

O‘zbekiston Milliy universiteti Jizzax filiali

Har bir mutaxassis, jumladan muhandis va iqtisodchi o‘zining ish faoliyatida, hususan, inshoot qismlarining mustahkamligini, seysmik chidamliligini loyihalashda va hisoblashda, issiqlik va gaz ta‘minoti masalarini hal qilishda murakkab tenglamalarning yechimini topish kerak bo‘ladi.

Har doim ham tenglamalarning yechimini aniq usullar bilan topib bo‘lmaydi. Shuning uchun ushbu tenglamalarni yechishda taqribiy usullar qo‘llaniladi.

Murakkab tenglamalar algebraik va transsendent tenglamalarga bo‘linadi. Bir noma‘lumli ixtiyoriy tenglama quyidagi ko‘rinishga ega:

$$f(x)=0 \quad (1)$$

Agar  $f(x)$  funksiya  $n$ -darajali ko‘phaddan iborat, y‘ani

$$f(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+a_2x^{n-2}+\dots+a_{n-1}x+a_n \text{ bo‘lsa}$$

(1) tenglama algebraik tenglama deyiladi.

Agar  $f(x)$  funksiyada elementar funksiyalar (trigonometrik, ko‘rsatkichli, logarifmlik va h.k) yoki maxsus funksiyalardan iborat bo‘lsa, (1) tenglama transsendent tenglama deyiladi.

Tenglamaning yechimi deb  $x$  noma‘lumning shunday qiymatiga aytiladiki, uni (1) tenglamaga qo‘yganda, tenglama qanoatlantiriladi. Lekin amalda bunday tenglamalarning aniq yechimlarini topish juda qiyin yoki umuman mumkin emas. Bunday hollarda, yechimini taqribiy qiymatini topishga imkon beruvchi taqribiy hisoblash usullari qo‘llaniladi. Chiziqsiz tenglamalarni yechish usullari ikkita guruhga bo‘linadi: aniq (to‘g‘ri) va iteratsion (taqribiy) usullar. Aniq usul yordamida tenglamaning yechimi formulalar orqali aniqlanadi. Masalan, kvadrat tenglamaning yechimini topish.

Taqribiy yechish uchun qo‘llaniladigan ko‘pgina usullarda tenglamaning ildizlari ajratilgan, ya‘ni shunday kichik oraliqlar topilganki, bu oraliqlarda tenglamaning bittagina ildizi joylashadi, deb faraz qilinadi. Bu oraliqning biror nuqtasini dastlabki yaqinlashish sifatida qabul qilib, taqribiy usullardan birortasini qo‘llab, izlanayotgan yechimini berilgan aniqlik bilan hisoblash mumkin. Demak, chiziqsiz tenglamani taqribiy yechish ikki bosqichda olib boriladi:

1. Ildizni ajratish, ya‘ni iloji boricha shunday kichik oraliq olinadiki, natijada shu oraliqda tenglamani bitta va faqat bitta haqiqiy ildizi mavjud bo‘lsin.

2. Dastlabki yaqinlashish ma‘lum bo‘lsa, ildizni berilgan aniqlik bilan hisoblash.

Masalaning birinchi qismi ikkinchisiga qaraganda ancha murakkabdir. Chunki umumiy holda ildizni ajratishning samarali usuli mavjud emas. Taqribiy yechish uchun misollar ko‘rib chiqamiz.

1-misol.

$0,1x^3 - 0,5x - 60 = 0$  tenglamaning eng katta musbat ildizini 0,0001 aniqlikda toping.

Yechish. Tenglamani iterasiya usulida yechamiz. Birinchi taqribiy yaqinlashishni  $x_0 = 10$  deb olamiz va tenglamani quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$x = \sqrt[3]{5 \cdot x + 60} \quad x_i = \sqrt[3]{5 \cdot x + 60} \quad g(x_i) := 0.1 \cdot x_i^3 - 0.5 \cdot x_i - 60$$

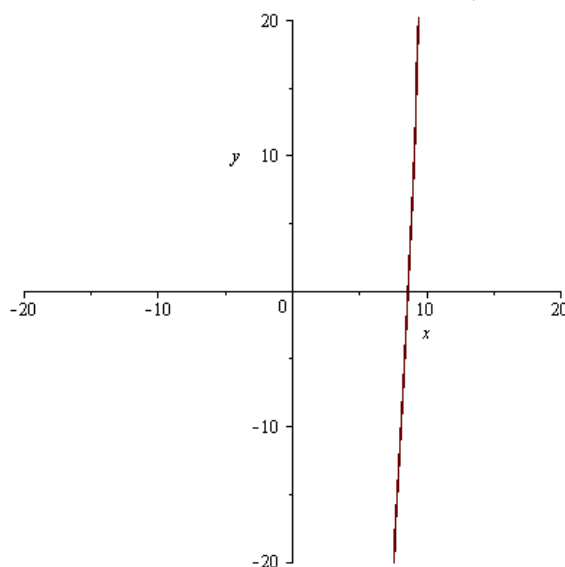
Iterasiya natijasida quyidagilarni aniqlaymiz:

N	$x_i$	$x_{i+1}$	$g(x_i)$
0	10	8.662391053	0.66880446
1	8.662391053	8.632578590	0.01490624
2	8.632578590	8.632578590	0.00033342
3	8.632578590	8.631896869	0.00000746

Javob:  $x = 8.631896869$

Berilgan tenglamaning Maple'dagi grafigi:

$$\text{plot}(0.1 \cdot x^3 - 0.5 \cdot x - 60, x = -20 \dots 20, y = -2 \dots 2);$$



2-misol.

$x + \sin(x) = 0,5$  tenglamaning  $[0;1]$  oraliqdagi bitta haqiqiy ildizini 0,01 aniqlikda toping.

Yechish. Tenglamani oraliqni ikkiga bo'lish usulida yechamiz. Oraliqning chetki qiymatlarida funksiyaning qiymatlarini hisoblaymiz:

$$f(0) = 0 + \sin(0) - 0,5 = -0,5; \quad f(1) = 1 + \sin(1) - 0,5 = 1,3415;$$

$f(0) \cdot f(1) = -0,5 \cdot 1,3415 < 0$  shartdan ko'rinadiki, demak berilgan oraliqda tenglamaning kamida bitta ildizi mavjud.

Oraliqni ikkiga bo'lamiz:  $c = (0+1)/2 = 0,5$ .

$c = 0,5$  nuqtadagi funksiyaning qiymatini aniqlaymiz:

$f(0,5) = 0,5 + \sin(0,5) - 0,5 = 0,4795 > 0,01$  funksiyaning qiymati berilgan aniqlikdan katta. Shuning uchun oraliqni ikkiga bo'lishni davom ettiramiz.

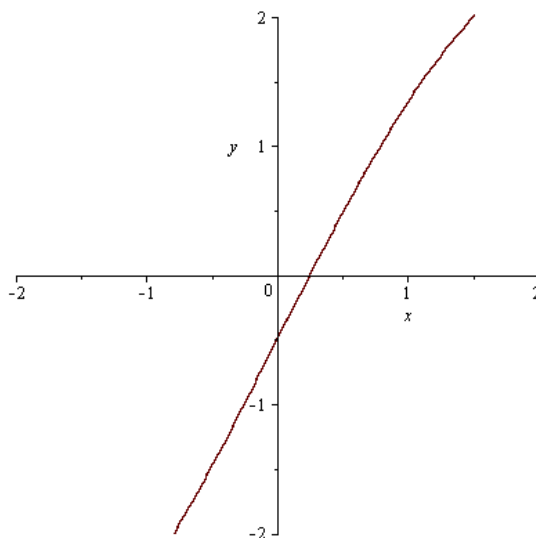
$f(0) * f(0,5) = -0,5 * 0,4795 < 0$  shart bajariladi, demak ildiz  $[0;0,5]$  oraliqda yotibdi. Shu oraliqni ikkiga bo'lamiz:  $d = (0+0,5)/2 = 0,25$ .

$d = 0,25$  nuqtadagi funksiyaning qiymatini aniqlaymiz:

$f(0,25) = 0,25 + \sin(0,25) - 0,5 = -0,0026 < 0,01$  funksiyaning absolyut qiymati berilgan aniqlikdan kichik, shuning uchun jarayonni to'xtatamiz. Tenglamani taqribiy echimi deb  $x = 0,25$  qabul qilamiz.

Berilgan tenglamaning Maple'dagi grafigi:

$plot(x + \sin(x) - 0.5, x = -2 .. 2, y = -2 .. 2);$

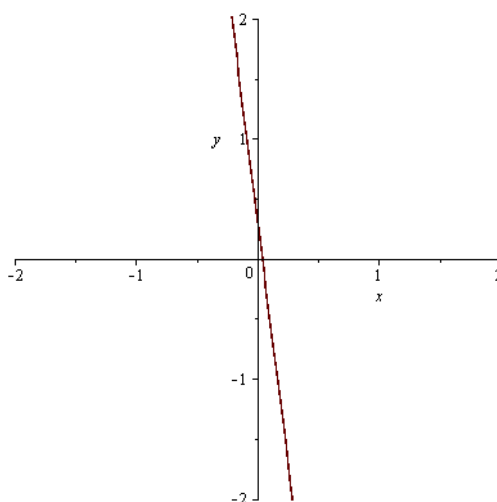


3-misol.

$\lg(x^2 + 2) = 8x$  tenglamaning haqiqiy ildizini 0,01 aniqlikda toping.

Yechish. Dastlab berilgan tenglamaning Maple'dagi grafigini chizamiz:

$plot(\log_{10}(x^2 + 2) - 8 \cdot x, x = -2 .. 2, y = -2 .. 2);$



Grafikdan ko'rinadiki tenglamaning  $[0;0,2]$  oraliqda ildizi bor. Oraliqning chetki qiymatlarida funksiyaning qiymatlarini hisoblaymiz:

$$f(0) = \lg(0^2 + 2) - 8 * 0 = 0,301;$$

$$f(0,2) = \lg(0,2^2 + 2) - 8 * 0,2 = -1,290;$$

$f(0) * f(0,2) = 0,301 * (-1,290) < 0$  shartdan ko'rinadiki, demak berilgan oraliqda tenglamaning ildizi mavjud.

Oraliqni ikkiga bo'lamiz:  $c=(0+0,2)/2=0,1$ .

$c=0,1$  nuqtadagi funksiyaning qiymatini aniqlaymiz:

$f(0,1)=\lg(0,1^2+2)-8*0,1=-0,497$ ; funksiyaning absolyut qiymati berilgan aniqlikdan katta. Shuning uchun oraliqni ikkiga bo'lishni davom ettiramiz.

$f(0)*f(0,1)=0,301*(-0,497)<0$  shart bajariladi, demak ildiz  $[0;0,1]$  oraliqda yotibdi. Shu oraliqni ikkiga bo'lamiz:  $d=(0+0,1)/2=0,05$ .

$d=0,05$  nuqtadagi funksiyaning qiymatini aniqlaymiz:

$f(0,05)=\lg(0,05^2+2)-8*0,05=-0,098$  funksiyaning absolyut qiymati berilgan aniqlikdan katta. Shuning uchun oraliqni ikkiga bo'lishni yana davom ettiramiz.

$f(0)*f(0,05)=0,301*(-0,098)<0$  shart bajariladi, demak ildiz  $[0;0,05]$  oraliqda yotibdi. Shu oraliqni ikkiga bo'lamiz:  $k=(0+0,05)/2=0,025$ .

$k=0,025$  nuqtadagi funksiyaning qiymatini aniqlaymiz:

$f(0,025)=\lg(0,025^2+2)-8*0,025=0,101$  funksiyaning absolyut qiymati berilgan aniqlikdan katta. Shuning uchun oraliqni ikkiga bo'lishni yana davom ettiramiz.

$f(0,025)*f(0,05)=0,101*(-0,098)<0$  shart bajariladi, demak ildiz  $[0,025;0,05]$  oraliqda yotibdi. Shu oraliqni ikkiga bo'lamiz:  $m=(0,025+0,05)/2=0,0375$ .

$m=0,0375$  nuqtadagi funksiyaning qiymatini aniqlaymiz:

$f(0,0375)=\lg(0,0375^2+2)-8*0,0375=0,0013<0,01$  funksiyaning absolyut qiymati berilgan aniqlikdan kichik, shuning uchun jarayonni to'xtatamiz. Tenglamaning taqribiy ildizi deb  $x=0,0375$  qabul qilamiz.

### Foydalanilgan adabiyotlar

1. Isroilov M.I. Hisoblash metodlari. Toshkent, O'qituvchi, 1-qism, 2003, 2-qism, 2008.
2. Aloyev R.D., Xudoyberganov M.O'. Hisoblash usullari kursidan laboratoriya mashg'ulotlari to'plami. O'zMU. O'quv qo'llanma. 2008 y. 110 b.
3. Dyakonov V.P. Maple 6: учебный курс. SPb.: Piter, 2001.
4. Bugrov Ya.S., Nikolskiy S.M. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. М.: Наука. 1989.